

グラフ電卓とデータ収集機を用いて数学的活動を促す授業の工夫

一高等学校 第1学年 数学I 「2次関数とそのグラフ」の指導を通して一

(実践者 新潟県立村松高等学校 竹田 美代子)

「先生、なぜ数学を勉強しなくちゃならないの?」「数学っていったい何の役に立つの?」生徒が普段よく口にする言葉である。その言葉を耳にするたび、私は「はっ」とする。生徒が当然持つべき疑問に答えられるような授業ができていないのだと。数学を勉強しなくちゃいけないではなく、面白いから学ぶ、そして数学が身近なところに隠れていることも伝えられていない。

本時では、〈教室で・教科書を使って・板書をさせる〉という日常の数学の授業を〈体育館で・グラフ電卓を使って・主体的に学ぶ〉という形に大きく変えることで生徒が持つ数学の負のイメージや疑問を少しでも解消しようと試みた。教科書の中にある問いではなく、自分たちが実験で得たデータを自分自身の手で数式化しようとする生徒の姿は、学びの楽しさを感じているように思えた。

1 「理数の面白さや深く研究する楽しさなどを味わわせる」ための構想

(1) 生徒の実態

高校入学当初のアンケートで、中学校でもっとも苦手な単元はどこだったかを聞いたところ、図形の証明問題に続いて関数をあげた生徒が多かった。中には、グラフが点の集まりだという認識のない生徒もいたり、グラフの読みとりを苦手とする生徒、関数という言葉に苦手意識を持ち、関数だと分かると最初から問題に取り組まない生徒さえいた。

そこで、今回はグラフ電卓とデータ収集機（距離センサー）を用いて、実際に生徒が動いてグラフを作りあげたり、ボールがバウンドする様子をグラフ化、数式化したりする数学的活動を通して、生徒がグラフに関心を持ち、グラフの意味を考えることができるようにするために今回のテーマを設定した。

(2) テーマ設定の理由

今回のテーマの設定により、以下の5点の効果を期待した。

①班単位で活動をする

今回は、使い慣れないグラフ電卓を用いた実験をすることもあり、班で学習活動を行うこととした。班での学習は普段ほとんど行わないが、互いに教え合ったり、自分たちの言葉で班のメンバーに伝え合ったり、一人ではわからないところを他の生徒が補い合ったり、話し合いの中で新しい視点に気づいたりなど、学び合いによる学習活動の活性化を期待した。

②身近な題材を取り上げる

身近な運動（ボールのバウンド運動）の中に、2次関数が潜んでいることや数学が日常生活と密接した教科であることを知り、数学に関心を持たせる。また、身近な題材を選ぶことで生徒もグラフの像をイメージしやすく、取り組みやすいただろうと考えた。

③予想を立てる作業を取り入れる

授業の中で、私がいつも生徒に行わせている作業である。この作業を積み重ねることで、新しい問いに出会ったとき、生徒が受け身の姿勢でなく、積極的に問題解決をしようと試みる姿勢を身につけさせたいと考えているからである。既習事項を活用して解決できないか？既習事項が使えないのはなぜか？他の方法はないか？など、最初の段階で予想をさせることでその後の問題への取り組みがよくなると考えた。

④テクノロジーの活用

グラフ電卓やデータ収集機（距離センサー）を用いた数学的な活動を行うことで、生徒の主体的な取り組みを実現させる。

また、グラフ電卓を使用することで、生徒の視覚に訴える授業が行えると考えた。

⑤他教科（物理）と数学のつながりに触れる

重力加速度の内容にも触れられることで、数学と物理がつながっていることを知り幅広い知識を得、今後の学習意欲の向上につなげることができる。

(3) グラフ電卓とデータ収集機について

グラフ電卓とは、その名前のとおり、グラフを描くことのできる電卓である。他にも数の計算はもちろん、方程式を解いたり、統計処理が行えるなどいろいろな機能を持っている。

データ収集機には様々な種類があり、今回使用した距離の測定の他に温度、音、電圧・加速度など約20種類のセンサーがある。

この収集機とグラフ電卓を接続することで、データの解析を行うことができるようになる。

今回は、1班につき1台ずつのグラフ電卓・データ収集機を用いて授業を行った。



↑データ収集機 ↑グラフ電卓
(距離センサー)

2 授業の実際

(1) 指導目標

- ボールのバウンドという身近な現象をグラフ電卓とデータ収集機（距離センサー）を用いて、積極的に数式化しようとする。また、実験をはじめとした数学的活動に意欲・関心を持って取り組むことができる。(数学への関心・意欲・態度)
- 既習の2次関数の知識を利用して、事象を分析、整理し、問題解決にあたる。(数学的な見方や考え方)
- ボールのバウンド運動が2次関数を用いて表されることを理解し、グラフ電卓を活用して、実際にグラフを式で表すことができる。(数学的な表現・処理)

○ 2次関数の式の表し方を理解している。(数量、図形などについての知識・理解)

(2) 前時の授業

数学 I の教科書を用いた 2 次関数 (式の決定) の指導後、グラフ電卓とデータ収集機を用いた授業を実施した。

① グラフの形の予想

データ収集前に、ボールのバウンド運動のグラフがどのような形になるのかを予想させた。

すると、ほとんどの生徒が右のようなグラフ (図 1) を予想した。

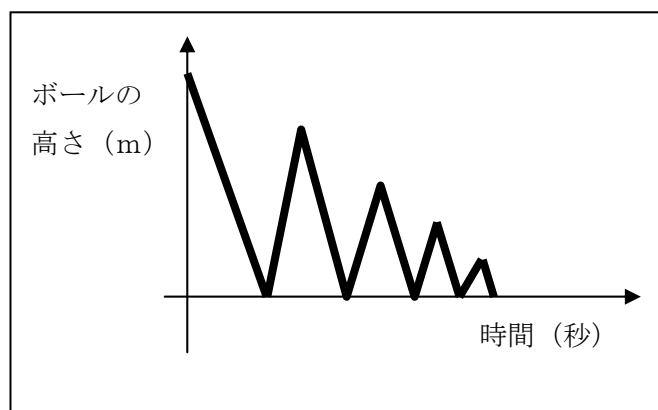


図 1 生徒が予想したグラフ

② 実験・データの収集

班のメンバーの構成、実験に用いるボールなどは生徒たち自身で決めさせた。また、班でデータ収集をする際、ボールをバウンドさせる係、グラフ電卓を操作する係、データ収集機でボールを追う係などの係分担も自分たちで行った。実験中は、お互いに測定の工夫をしたり、協力し合ったりするなど楽しそうに活動する様子が見られた。



体育館で測定する様子

(3) 本時の授業

① 実験の再確認

本時では、最初に前回の実験の仕方を確認した。生徒の前で代表者がバスケットボールをバウンドさせた。得られたグラフをプロジェクターを通して黒板に貼った大洋紙に映し出し、前時の内容を全員に思い出してもらうことで、導入がスムーズに行えるようにした。



②課題の提示

下の表（図2）を黒板に貼り、実験で得られたグラフの最初に現れる山1つ（実際には色をつけてわかりやすくした）を数式化することが今回の授業の課題であることを生徒に示した。


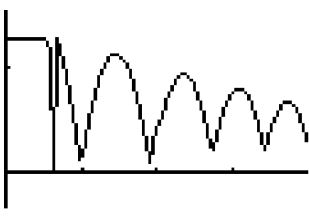

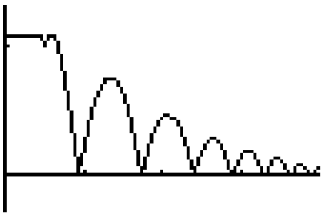

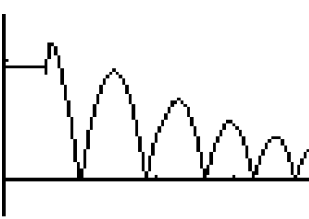

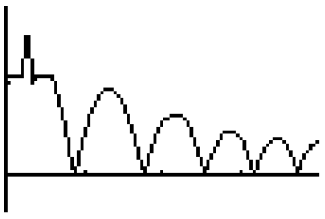

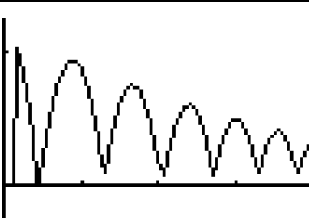

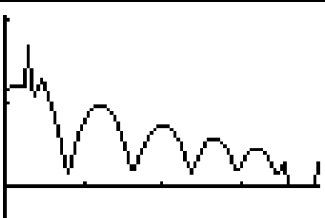
班	使用したボール	グラフ	班	使用したボール	グラフ
1	 ハイハンドボール		4	 サッカーボール	
2	 バスケットボール		5	 バレーボール	
3	 ハイハンドボール		6	 ハンドボール	

図2 実験に使用したボールと実験結果のグラフ

③グラフの数式化

a) グラフの形を見て気づくことは？

- ・上に凸
- ・放物線
- ・ $a < 0$
- ・2次関数

グラフの形を見て気づくことを生徒に挙げてもらった。すると、生徒からは、いろいろな言葉が聞け、グラフは2次関数になるという見通しを立てることができた。

b) 2通りの式の表し方

- ① $y = ax^2 + bx + c$ (一般形)
- ② $y = a(x - p)^2 + q$ (標準形)

2次関数の式の表し方には、2つの方法があったことを確認した。そして、今回は、標準形を用いて数式化することを説明した。

c) 頂点の座標の読みとり

グラフ電卓の TRACE 機能を用いて、頂点の座標を読みとる。

ここから、グラフ電卓を使った班での活動が始まる。グラフ電卓の TRACE 機能を用いて、頂点の座標を読みとらせた。TRACE 機能とは、表示した点やグラフ上の点をなぞることで、座標値を表示させる機能である。

左の図は、実際に生徒が TRACE 機能を用いたときのグラフ電卓の画面表示（図 3）である。この場合の頂点の座標は、(1.462, 1.117) となる。頂点の座標は、小数値での表示となるが、生徒は特に抵抗はないようであった。

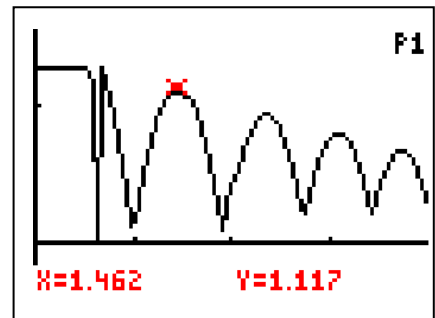


図 3 TRACE 機能を用いた時のグラフ電卓の画面表示

d) 数式化

標準形 $y = a(x - p)^2 + q$ の a の値を変化させ、2 次関数の式を決定していく。

グラフ電卓は、同時に 2 つ以上のグラフを表示させることが可能である。これを利用して、グラフ電卓に数式を入力し、ボールのバウンド運動を表すグラフと重ねていく。

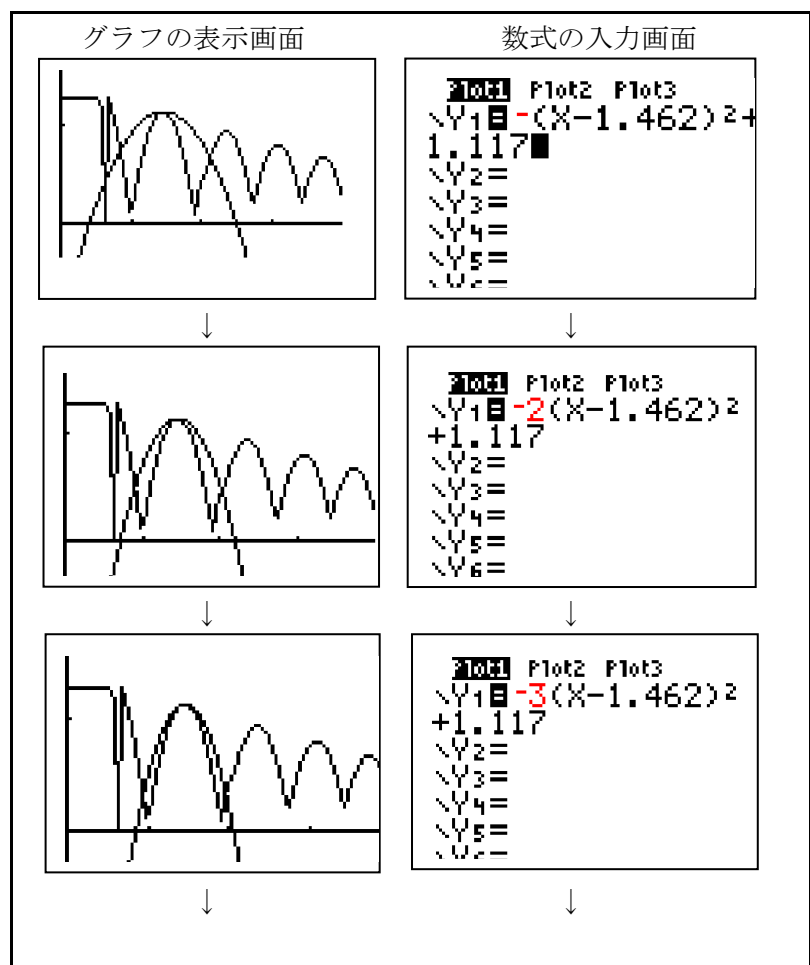
a の値を変化させることで、グラフの開き具合がどのように変化していくかを生徒たちは感覚的につかんだようだった。

下の図は、実際に 1 班の生徒たちが数式化するまでの過程を示したもの（図 4）である。

生徒たちは、グラフの形が上に凸ということから、 a が負の数ということに着目し、まず $a = -1$ の式を入力した。

次に、放物線の開き具合が異なることから、 $a = -2$ の式に変更した。

更に、 $a = -3$ としてみる。



更に、 $a = -4$ としてみる。
 まだ、少しだけ開き具合
 が異なるということで、
 次は、小数の値を入力する
 ことになった。

$a = -4.7$ を入力すると、
 うまくグラフと重ねること
 ができた。

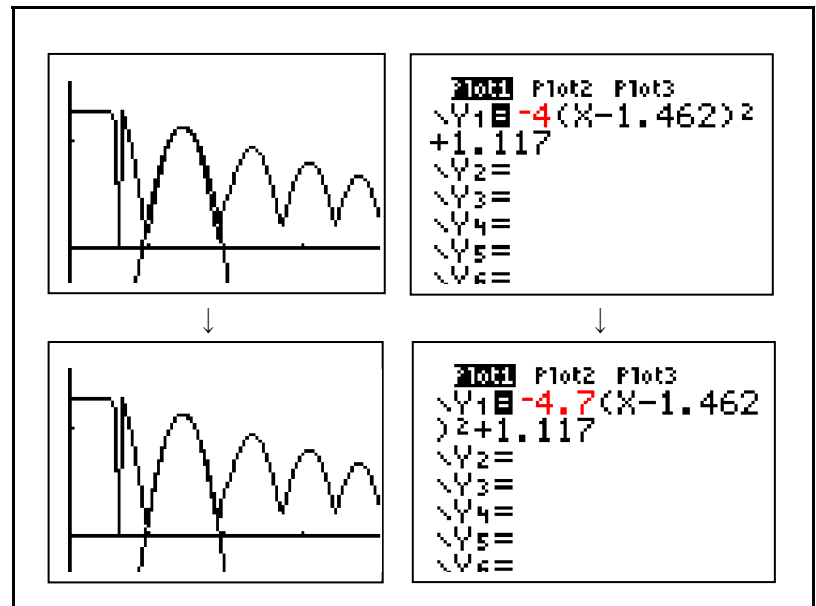


図4 1班の生徒たちが数式化するまでの過程を示した図

どの班もそれぞれの生徒がアイデアを出し
 合い、相談しながら、数式を導いていた。



活動の様子

e) 規則性の発見

それぞれの班が求めた式を見て、気づくのはどんなことか？

それぞれの班で求めた数式を黒板に書いてもらう。
 そして、それらの式を見て気づくことを発表してもらった。

また、1班から6班までが求めた数式と気づいた
 ことは次のとおりである。



班	式
1班	$y = -4.7(x - 1.412)^2 + 1.117$
2班	$y = -5(x - 1.462)^2 + 0.902$
3班	$y = -5(x - 0.903)^2 + 0.935$
4班	$y = -5(x - 1.376)^2 + 0.762$
5班	$y = -5(x - 1.333)^2 + 0.937$
6班	$y = -5(x - 1.247)^2 + 0.985$

- ・ a の値がどの班もほとんど同じで、 -5 になる。
- ・ バウンドさせたボールの大きさも測定したときの高さも違うのに、 a の値がほぼ同じ。

(4) 次時の授業

a の値が同じになる理由を本時の最後に紹介する予定であったが、その時間がなかったため、説明は次の時間に行った。

f) a の値の秘密

a の値は、物理で習うことになる重力加速度運動 $y = \frac{1}{2}gt^2$ (g : 重力加速度) の t^2 の係数と等しくなることを説明した。

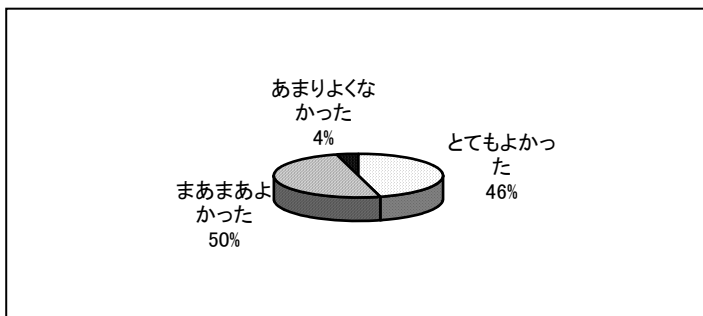
(5) 生徒の感想とアンケート

今回、私自身初めての試みがいくつかあった。それは、班単位で実験的な活動を行うこと、グラフ電卓を用いた活動を生徒が行うことである。そのため、今回の授業について、生徒の率直な感想を聞きかかったため、アンケートを実施した。その結果は以下のとおりである。

《グラフ電卓を使った授業についてのアンケート結果》

班の形での授業について

- ① 1班から6班に分かれた形の授業はどうでしたか。また、そう思う理由を書いてください。



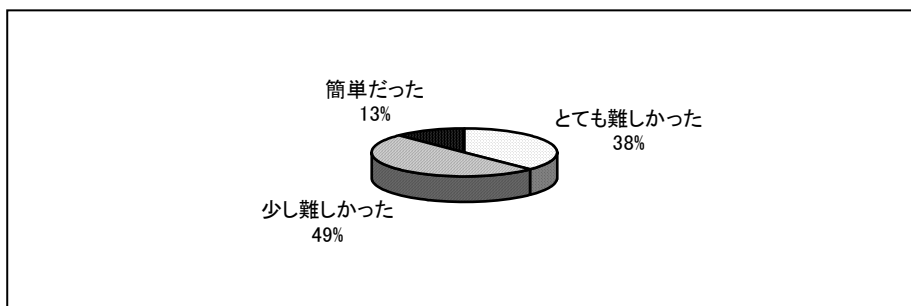
理由

○みんなで協力して授業ができたから。わからないところは教えあえたから。3人

- それぞれの班で話し合っ協力をして答えを出すのでおもしろかったです。また、各班の考えがいろいろ聞けて自分たちの考えと比べることができた。
- わからないところがあっても周りの人が教えてくれるから。
- 他の班の意見が聞けたこと。それによって、人それぞれの考え方がわかったから。4人
- △班で活動するのが嫌だから。

グラフ電卓の使用について

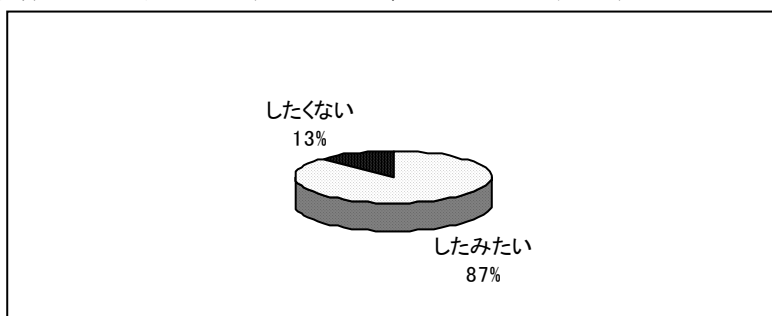
①グラフ電卓の操作はどうでしたか？



②グラフ電卓の操作方法で、難しかったところはどこですか？

- △操作の手順が多くて大変だった。
- △英語で書かれたボタンが多かったので少し難しかった。4人
- 難しかったけど、使っていくうちに慣れた。

③今回、グラフ電卓とデータ収集機（距離センサー）を用いた実験を行いました。今後もこのような授業をしてみたいですか？また、その理由は何ですか？



理由

- 教室の中でなく体育館で、体を動かしながら数学ができたのが楽しかった。
- 計算をしなくてもグラフがかけて便利だったから。
- いろいろな事がグラフ電卓を使ってできるから、今度は違うことをしてみたい。
- ボール以外でグラフをかけないかやってみたい。そしてグラフ電卓を使いこなせるようになりたい。
- たまには、こういう授業をやると楽しいし、数学に関心が持てるから。
- もっといろんなグラフを調べてみたいと思ったから。
- 実際に実験を行った方がわかりやすく、記憶に残るから。
- 距離センサーを使って測定するのがおもしろかったから。
- △まだよくグラフ電卓の使い方もわかっていないのでしたくない。

3 実践の考察とまとめ

(1) 実践の成果

①班ごとでの授業の効果

今回の研究授業で初めて、班の形態で授業を行った。小学校ではよく行っている学習形態ではあるが、高校ではあまり行われていない。コミュニケーションのうまくとれない生徒もいたため、不安もあったのだが、それ以上に得られたものが多かった。

わからないところを班のメンバーと教え合うことが自然に行われたり、お互いに意見を言い合ったりする様子が見られ、授業後の生徒のアンケートからも班ごとの学習活動は概ね好評であったことがわかる。

②予想→実験→数式化→規則性の発見

ただ単に問題を解いて終わりではなく、予想からはじまり、規則性の発見まで学習の一連の流れを体験させることができた。残念ながら、今回は実際のグラフが生徒の予想したものにならなかった理由について話し合う時間が取れなかった。速度が一定の運動とそうでない運動のグラフの違いについて、今後、データ収集機を用いた授業を行い、この点にも触れていきたい。

また、数学Ⅱの微分の分野でも扱える内容なので再度、学習させたい。

③自分たちのデータを自分の問題として認識

生徒の今回の取り組みは、教科書を用いた普段の授業での取り組みとは、明らかに様子が違い積極的であった。その理由の1つは、扱っているグラフが自分たちの実験で得られたデータである点にある。与えられた問題を受け身で解いているのではなく、自分たちのグラフだから、自分たちでどうにか解決しようという強い気持ちがあったように思われる。

④身近な事象と数学との関連

体育の時間や部活動でよく目にするボール。そして、ボールのバウンド運動は生徒にとっては、とても身近な運動の1つである。その運動をグラフで表すと、既習事項の2次関数と関連があったということは、驚きだったのではないか。最初に生徒の実態にあった数学が役に立たないもの、生活と関係のないものと捉えていた生徒の考え方が少しでも変わったのではないかと思っている。

(2) 今後の課題

①グラフ電卓の操作方法に慣れさせる教材作り

生徒のアンケートにもあるが、このグラフ電卓が便利である反面、操作方法が難しかったという感想を持っている生徒が多かった。電卓の基本的な操作を練習するような教材作りも同時に必要である。グラフ電卓を生徒の人数分使用できる状況であれば、生徒に貸し出すなどしてグラフ電卓を自由に操作し、慣れてもらうことも考えられる。

②グラフ電卓が授業で使える環境作り

今回、実験で使用したグラフ電卓とデータ収集機は、Naocoの貸出制度を利用した。予算の関係や他の教員の意見もあるが、学校でまとまった台数のグラフ電卓をそろえ、少しでも早く

グラフ電卓を生徒1人1台が使える環境が作れるよう進めていきたい。

③他の単元でのグラフ電卓の活用

今回は、2次関数でグラフ電卓を利用したが、他の単元（指数関数、三角関数、統計など）でも活用できそうである。生徒の数学的活動を促すためにも私自身がグラフ電卓の操作に慣れ、活用の幅を知ることが必要である。そのためにも、今後もグラフ電卓の講習会に参加し、そこで得たことを授業に生かしていこうと考えている。

(3) 最後に

今回、この理数教育ステップアップ研修を受講する機会をいただき、私自身、様々なことを経験し、多くのことに気づくことができた。1つは、校種の異なる小学校・中学校の先生方と同じグループを構成し、指導案を検討する経験ができたことだ。この中で他の校種の学校で使用する教科書を手にとって見ることができたり、高校では聞いたことのない指導法や教材観を初めて耳にしたり、中学校と高校の指導のつながりを考えるきっかけをもらったりした。また、大学の先生からは、常に的確なアドバイスをいただくことができ、より高度な視点で自分自身の指導案を練り直すことができた。さらにこの研修で高校2校、小学校1校の公開授業および協議会に参加することで、様々な先生方の授業の工夫を実際に見ることができ、多くのことを吸収することができた。

もう1つは、私自身が新しい試みに取り組めたことである。日々の仕事が忙しいというのを理由に、普段の授業は、充分と言えるだけの教材研究ができていたわけではなかった。しかし、この研修を機に以前から考えていた「グラフ電卓を使った授業」を実現することができた。もちろん、これでグラフ電卓を用いた授業づくりが終わるわけではない。事実、今回の研究授業でもいくつかの課題が見えてきた。そして今度は、新学習指導要領に含まれている統計の活用の分野でもグラフ電卓を用いた授業を行いたいと考えている。

今回の公開授業で生徒が見せた楽しそうな表情、自らが学ぼうとする姿勢、他の生徒と学び合う姿を今後の授業の中でも見るができるよう研修で経験したことを生かして教材研究をより一層深めていきたい。